

# Resumo das Regras para a Dedução Natural

MAC0239 – Introdução à Lógica e Verificação de Programas

Agosto de 2015

## 1 Tabela de regras básicas

	Introdução	Eliminação
Regras para a conjunção ( $\wedge$ )	$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge i$	$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge e_1$ $\frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge e_2$
Regras para a dupla negação ( $\neg\neg$ )	$\frac{\phi}{\neg\neg\phi} \neg\neg i$	$\frac{\neg\neg\phi}{\phi} \neg\neg e$
Regras para o condicional ( $\rightarrow$ )	$\frac{\boxed{\begin{array}{c} \phi \\ \vdots \\ \psi \end{array}}}{\phi \rightarrow \psi} \rightarrow i$	$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow e$ <div style="border: 1px solid black; background-color: #f4a460; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><b>modus ponens</b> método (<i>modus</i>) que afirma (<i>ponens</i>) o consequente</p> </div> $\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \neg\psi}{\neg\phi} MT$ <div style="border: 1px solid black; background-color: #f4a460; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><b>modus tollens</b> método (<i>modus</i>) que nega (<i>tollens</i>) o antecedente</p> </div>

	Introdução	Eliminação
Regras para a disjunção ( $\vee$ )	$\frac{\phi}{\phi \vee \psi} \vee i_1$ $\frac{\psi}{\phi \vee \psi} \vee i_2$	$\frac{\phi \vee \psi \quad \begin{array}{ c } \hline \phi \\ \vdots \\ \chi \end{array} \quad \begin{array}{ c } \hline \psi \\ \vdots \\ \chi \end{array}}{\chi} \vee e$
Regras para a contradição ( $\perp$ )	Não há regra de introdução para $\perp$	$\frac{\perp}{\phi} \perp e$
Regras para a negação ( $\neg$ )	$\frac{\begin{array}{ c } \hline \phi \\ \vdots \\ \perp \end{array}}{\neg \phi} \neg i$	$\frac{\phi \quad \neg \phi}{\perp} \neg e$

## 2 Tabela de regras deduzidas

Regra para a demonstração por absurdo ( <i>DPA</i> )	$\frac{\begin{array}{ c } \hline \neg \phi \\ \vdots \\ \perp \end{array}}{\phi} \text{DPA}$
Regra da lei do terceiro excluído ( <i>LTE</i> )	$\overline{\phi \vee \neg \phi} \text{LTE}$

### 3 Observações importantes

1. As regras *modus tollens* (*MT*) e introdução da dupla negação ( $\neg\neg i$ ) também podem ser consideradas como regras deduzíveis a partir das demais regras básicas.
2. Há também a regra (básica) de cópia (indicada apenas por *copie*) que permite copiar qualquer fórmula  $\phi$  anteriormente utilizada em uma demonstração, contanto que ela não esteja em um bloco de hipóteses temporárias já fechado.