

# **Estudo do efeito escala em vigas de concreto armado sem estribos usando análise numérica não linear**

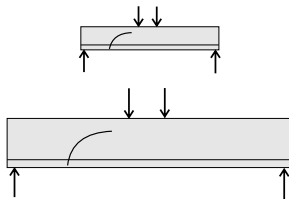
*Study of size effect in reinforced concrete beams without stirrups  
using nonlinear numerical analysis*

Rafael A. Sanabria; Leonardo H. Oliveira; Leandro Mouta  
Trautwein; Luiz Carlos de Almeida

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

## Efeito escala (Size effect)

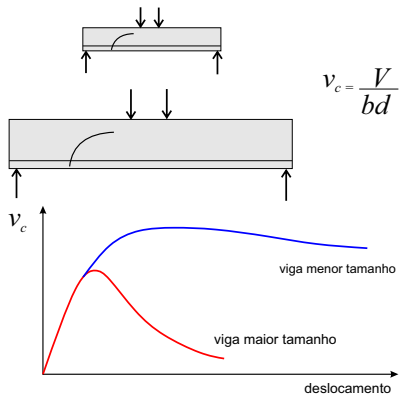
- Redução da resistência nominal com o aumento do tamanho de uma peça



$$v_c = \frac{V}{bd}$$

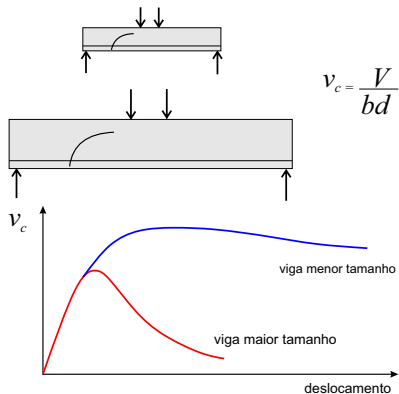
## Efeito escala (Size effect)

- Redução da resistência nominal com o aumento do tamanho de uma peça



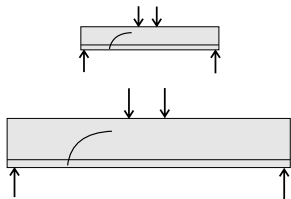
## Efeito escala (Size effect)

- Redução da resistência nominal com o aumento do tamanho de uma peça
- Causado por dois fatores:



## Efeito escala (Size effect)

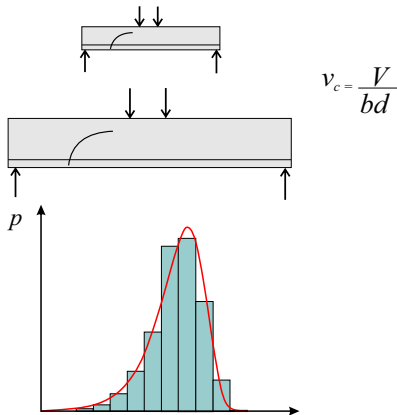
- Redução da resistência nominal com o aumento do tamanho de uma peça
- Causado por dois fatores:
  - 1 Estatístico: relacionado com a não homogeneidade do material que conforma a estrutura



$$v_c = \frac{V}{bd}$$

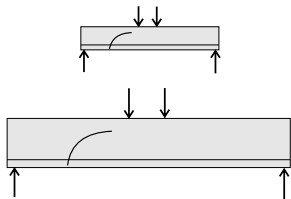
## Efeito escala (Size effect)

- Redução da resistência nominal com o aumento do tamanho de uma peça
- Causado por dois fatores:
  - 1 Estatístico: relacionado com a não homogeneidade do material que conforma a estrutura



## Efeito escala (Size effect)

- Redução da resistência nominal com o aumento do tamanho de uma peça
- Causado por dois fatores:
  - 1 Estatístico: relacionado com a não homogeneidade do material que conforma a estrutura
  - 2 Energético: relacionado com a liberação de energia no processo de fraturamento do material



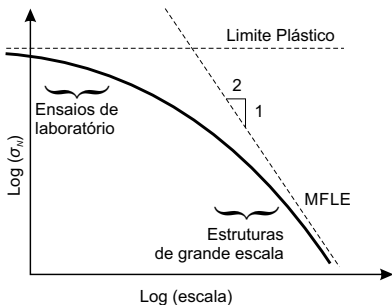
$$v_c = \frac{V}{bd}$$

## Lei de efeito escala (tipo 2)

proposta por Bazant (1984)

- Efeito escala do tipo determinístico

$$\sigma_N = B f_u \left( 1 + \frac{D}{D_0} \right)^{-1/2}$$



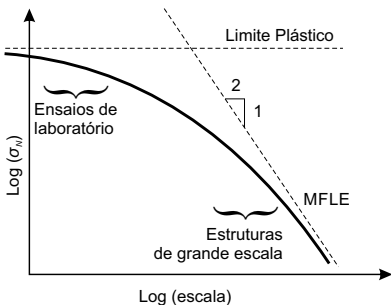


## Lei de efeito escala (tipo 2)

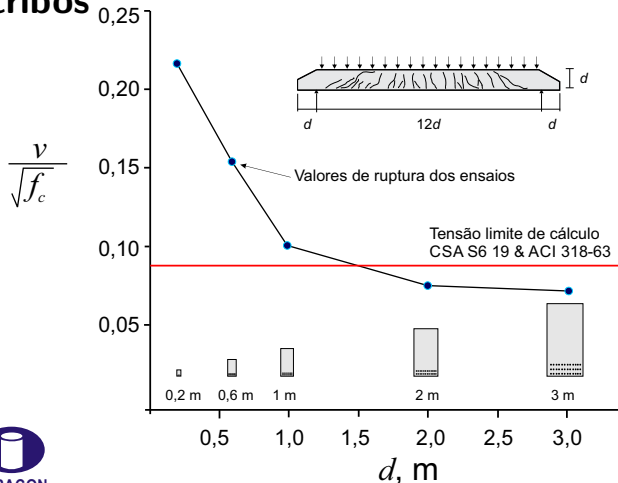
proposta por Bazant (1984)

- Efeito escala do tipo determinístico
- Apresenta-se em estruturas onde a propagação de fissuras ocorre de forma estável antes de atingir a carga última

$$\sigma_N = B f_u \left( 1 + \frac{D}{D_0} \right)^{-1/2}$$



# Efeito escala em vigas de concreto armado sem estribos



# Objetivos

- Estudar o efeito escala utilizando análises numéricas de ensaios de vigas de concreto armado sem estribos
- Fazer uma revisão das considerações relacionadas ao efeito escala encontradas na NBR 6118:2004
- Comparar os resultados obtidos com os previstos pela lei de feito escala proposta por Bazant (1984)
- Comparar os resultados obtidos com os previstos pela CSCT proposta por Muttoni e Ruiz (2008)

# NBR 6118:2014

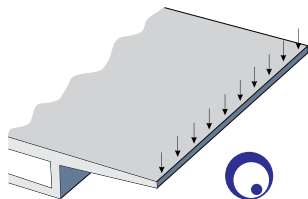
Considerações relacionadas ao efeito escala e vigas sem estribos

- Dimensionamento ao cisalhamento em vigas baseado nos modelos de treliça de Morsch e treliça generalizada
- Na verificação de cisalhamento em uma direção em lajes é possível dispensar de armadura transversal quando: (item 19.4.1):

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1, 2 + 40\rho)] bd$$

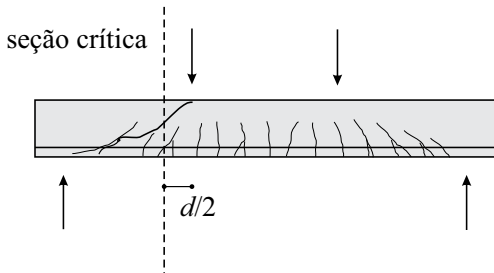
$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctk,inf} / \gamma_c$$

$$k = |1,6 - d| \geq 1$$



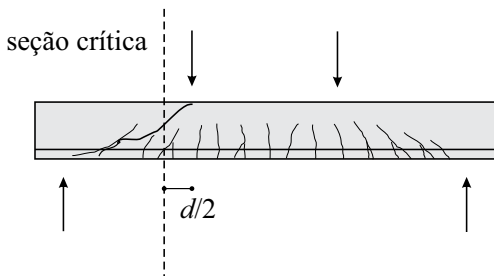
# Teoria da fissura crítica de cisalhamento

Critical Shear Crack Theory (CSCT) proposta por Muttoni e Ruiz (2008)



## Teoria da fissura crítica de cisalhamento

Critical Shear Crack Theory (CSCT) proposta por Muttoni e Ruiz (2008)



$$\frac{V_R}{bd\sqrt{f_c}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{16 + d_g}}$$

# Ensaio experimentais

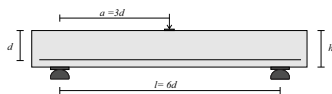
## Vigas de Bentz e Buckley (2005)

Série	viga	$b$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ %	$f_c$ [MPa]
SBB1	1	104	84	1,63	35.6
	2	105	84	1,61	35.6
	3	104	84	1,63	35.6
SBB2	1	106	168	1,59	34.3
	2	105	168	1,61	34.3
	3	106	166	1,61	34.3
SBB3	1	105	333	1,55	36.1
	2	101	333	1,61	36.1
	3	101	333	1,61	36.1

## Ensaio experimentais

### Vigas de Bentz e Buckley (2005)

Série	viga	$b$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ %	$f_c$ [MPa]
SBB1	1	104	84	1,63	35.6
	2	105	84	1,61	35.6
	3	104	84	1,63	35.6
SBB2	1	106	168	1,59	34.3
	2	105	168	1,61	34.3
	3	106	166	1,61	34.3
SBB3	1	105	333	1,55	36.1
	2	101	333	1,61	36.1
	3	101	333	1,61	36.1



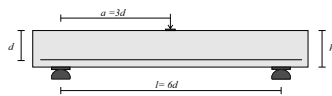
Esquema de ensaio



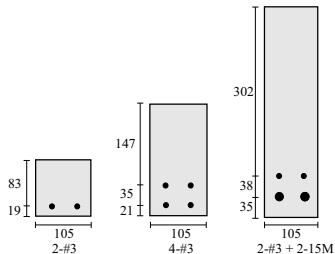
# Ensaio experimentais

## Vigas de Bentz e Buckley (2005)

Série	viga	$b$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ %	$f_c$ [MPa]
SBB1	1	104	84	1,63	35.6
	2	105	84	1,61	35.6
	3	104	84	1,63	35.6
SBB2	1	106	168	1,59	34.3
	2	105	168	1,61	34.3
	3	106	166	1,61	34.3
SBB3	1	105	333	1,55	36.1
	2	101	333	1,61	36.1
	3	101	333	1,61	36.1



Esquema de ensaio



Detalhamento

# Ensaio experimentais

Vigas de Syroka-Korol (2014)

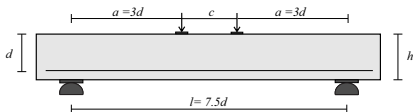
viga	$b$ [mm]	$a$ [mm]	$c$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ %	$f_c$ [MPa]
SL20	220	480	240	160	1	35
SL40	220	1080	540	360	1	35
SL80	220	2250	1120	750	1	35



# Ensaio experimentais

## Vigas de Syroka-Korol (2014)

viga	$b$ [mm]	$a$ [mm]	$c$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ %	$f_c$ [MPa]
SL20	220	480	240	160	1	35
SL40	220	1080	540	360	1	35
SL80	220	2250	1120	750	1	35

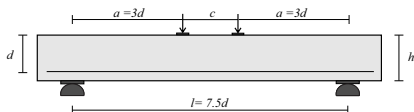


Esquema de ensaio

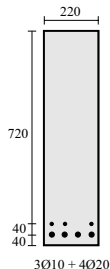
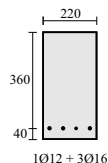
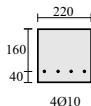
# Ensaio experimentais

Vigas de Syroka-Korol (2014)

viga	$b$ [mm]	$a$ [mm]	$c$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ %	$f_c$ [MPa]
SL20	220	480	240	160	1	35
SL40	220	1080	540	360	1	35
SL80	220	2250	1120	750	1	35



Esquema de ensaio



Detalhamento

# Modelagem numérica

- Programa de elementos finitos DIANA (versão 9.4.4)



## Modelagem numérica

- Programa de elementos finitos DIANA (versão 9.4.4)
- Modelo de fissura distribuída (*Smearred Crack Model*).



## Modelagem numérica

- Programa de elementos finitos DIANA (versão 9.4.4)
- Modelo de fissura distribuída (*Smearred Crack Model*).
- Conceito de fissura Fixa (*Fixed Crack*)



## Modelagem numérica

- Programa de elementos finitos DIANA (versão 9.4.4)
- Modelo de fissura distribuída (*Smearred Crack Model*).
- Conceito de fissura Fixa (*Fixed Crack*)
- Modelagem de armaduras com a técnica armadura incorporada (*embedded reinforcement*).

### Modelo constitutivo do concreto:

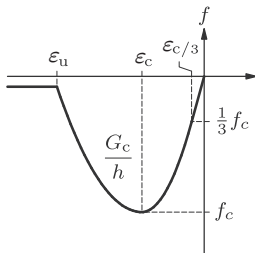




## Modelagem numérica

- Programa de elementos finitos DIANA (versão 9.4.4)
- Modelo de fissura distribuída (*Smearred Crack Model*).
- Conceito de fissura Fixa (*Fixed Crack*)
- Modelagem de armaduras com a técnica armadura incorporada (*embedded reinforcement*).

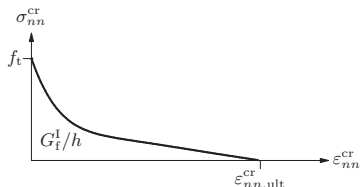
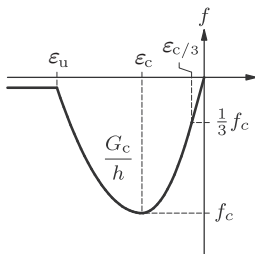
### Modelo constitutivo do concreto:



## Modelagem numérica

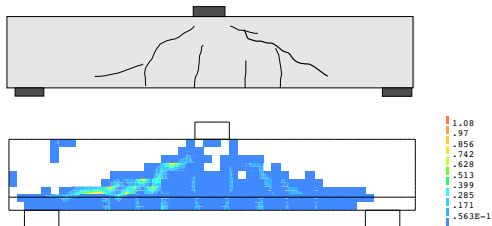
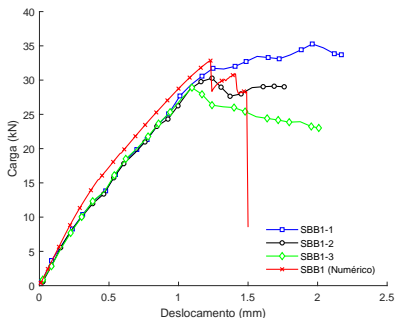
- Programa de elementos finitos DIANA (versão 9.4.4)
- Modelo de fissura distribuída (*Smearred Crack Model*).
- Conceito de fissura Fixa (*Fixed Crack*)
- Modelagem de armaduras com a técnica armadura incorporada (*embedded reinforcement*).

### Modelo constitutivo do concreto:



# Resultados do modelo numérico

Comparação resultados numéricos e experimental de Bentz e Buckley (2005)

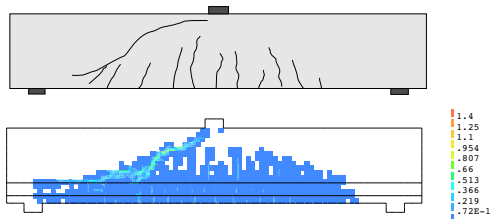
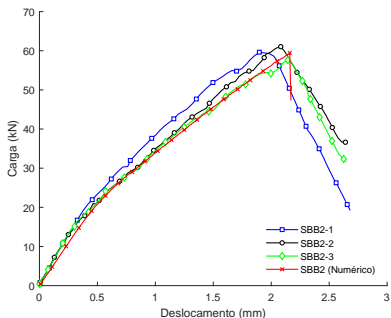


Panorama de fissuração SBB1

Curva carga *versus* deslocamento SBB1

# Resultados do modelo numérico

Comparação resultados numéricos e experimental de Bentz e Buckley (2005)

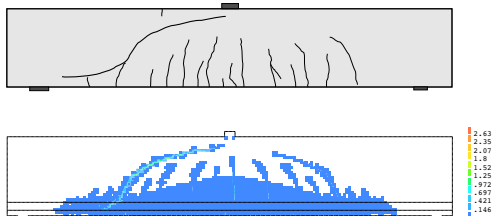
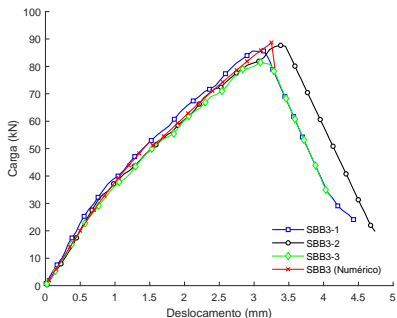


Panorama de fissuração SBB2

Curva carga *versus* deslocamento SBB2

# Resultados do modelo numérico

Comparação resultados numéricos e experimental de Bentz e Buckley (2005)

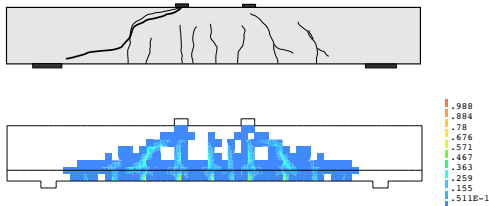
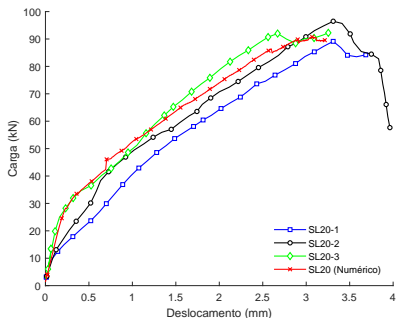


Panorama de fissuração SBB3

Curva carga *versus* deslocamento SBB3

# Resultados do modelo numérico

Comparação resultados numéricos e experimental de Syroka-Korol (2014)

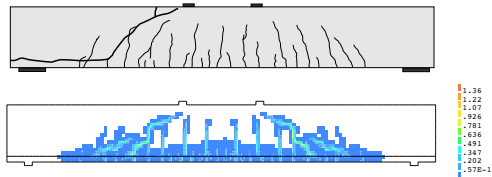
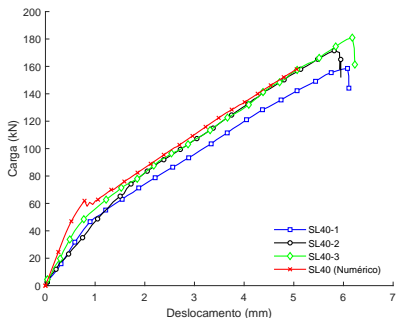


Panorama de fissuração SBB1

Curva carga *versus* deslocamento SL20

# Resultados do modelo numérico

Comparação resultados numéricos e experimental de Syroka-Korol (2014)

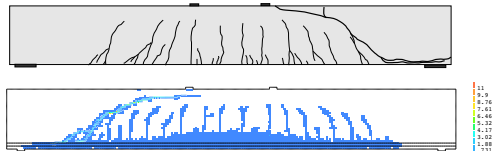
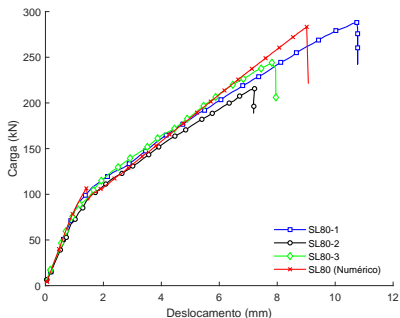


Panorama de fissuração SBB2

Curva carga *versus* deslocamento SL40

# Resultados do modelo numérico

Comparação resultados numéricos e experimental de Syroka-Korol (2014)



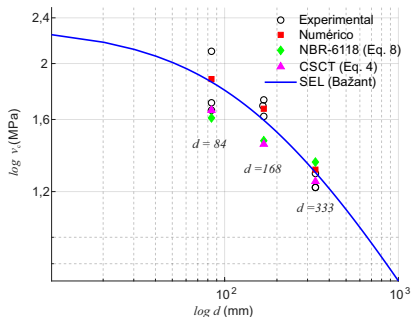
Panorama de fissuração SBB3

Curva carga *versus* deslocamento SL80



# Comparação de resultados

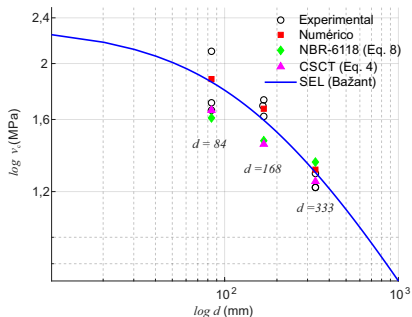
Comparação com métodos analíticos



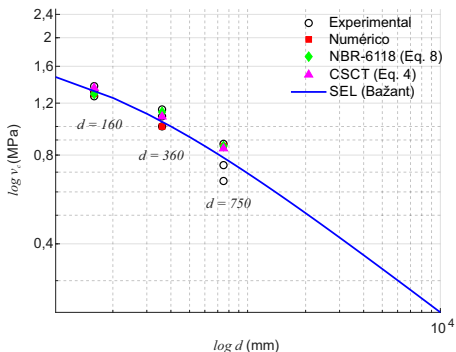
Bentz e Buckley (2005)

# Comparação de resultados

Comparação com métodos analíticos



Bentz e Buckley (2005)



Syroka-Korol (2014)

## Conclusões

- Os ensaios de Bentz e Buckley (2005) e Sykora-Korol (2014) et al. (2014) de vigas de concreto armado sem estribos evidenciam o fenômeno de efeito escala
- O modulo constitutivo implementando em DIANA permitiu capturar o efeito escala nas simulações numéricas
- A teoria de CSCT (Muttoni e Ruiz, 2008) teve uma previsão de valores de carga próximos aos obtidos nos ensaios
- A lei de efeito escala proposta por Bazant (1984) conseguiu representar corretamente a redução da resistência nominal ao cisalhamento

## Agradecimentos



**GMAE**

GRUPO MONITORAÇÃO E ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS

Contato:

Rafael Sanabria Díaz

[rafael\\_sanabria25@hotmail.com](mailto:rafael_sanabria25@hotmail.com)